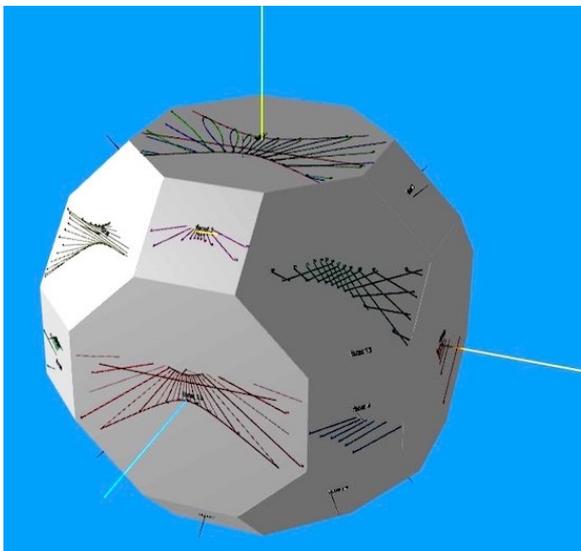


# CADRANS SOLAIRES SUR UNE SURFACE PARAMÉTRÉE

Jean-Luc Astre

Tracer un cadran vertical incliné et déclinant, un cadran à heures babyloniennes et sidérales, etc. Oui mais... n'avez-vous jamais rêvé de tracer un cadran solaire sur une surface quelconque ? Avec la dernière version de CadsolOnline, le rêve devient réalité !

Jean-Luc Astre avait, dans le n°5 de ce magazine, annoncé que son logiciel Cadsol était désormais disponible en ligne (d'utilisation gratuite), et baptisé CadsolOnline<sup>1</sup>. Il avait ensuite décrit<sup>2</sup>, dans le n°9, l'algorithme de tracé par « lancer de rayons » (ray tracing en anglais). Cet algorithme a été appliqué aux cadrans polyédriques dans un article<sup>3</sup> du n°11. Désormais CadsolOnline permet de tracer un cadran solaire sur une surface quelconque !



Tracé d'un cadran polyédrique avec CadsolOnline

## REPRÉSENTATION PARAMÉTRIQUE D'UNE SURFACE

La représentation paramétrique est une manière très générale de spécifier une surface, qui est un objet bidimensionnel défini par trois fonctions, continues et à valeurs réelles, de deux paramètres  $u$  et  $v$  ( $x$ ,  $y$  et  $z$  sont les coordonnées cartésiennes des points de la surface) :

$$\begin{aligned}x &= f_x(u,v) \\y &= f_y(u,v) \\z &= f_z(u,v)\end{aligned}$$

Les paramètres  $u$  et  $v$  peuvent varier entre deux limites  $u_{\min}$  et  $u_{\max}$ ,  $v_{\min}$  et  $v_{\max}$ .

Voir définition, exemples et exercices à l'adresse <https://wimsauto.universite-paris-saclay.fr>

## EXEMPLES

Une sphère peut être paramétrée par les fonctions :

$$\begin{aligned}x &= \cos(u) \cdot \cos(v) \\y &= \cos(u) \cdot \sin(v) \\z &= \sin(u)\end{aligned}$$

$$\text{avec } u_{\min} = 0 \quad u_{\max} = 2\pi \quad v_{\min} = -\pi/2 \quad v_{\max} = \pi/2$$

Un paraboloides elliptique d'équation implicite  $z = x^2 + y^2$  est défini par :

$$\begin{aligned}x &= u \\y &= v \\z &= u^2 + v^2\end{aligned}$$

$$\text{avec } u_{\min} = -1 \quad u_{\max} = 1 \quad v_{\min} = -1 \quad v_{\max} = 1$$

## PARAMÉTRAGE DANS CADSOLOLINE

**Fonctions** : Les fonctions définissant  $x$ ,  $y$  et  $z$  doivent être écrites avec une syntaxe informatique assez classique utilisant :

- les symboles opératoires : + - \* / % ^ ( )
- les fonctions : sin cos tan asin acos atan sqrt log exp abs ceil floor round
- les nombres : PI et E

La plupart des erreurs de syntaxe sont signalées par l'analyseur syntaxique...

$A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  : ce sont des paramètres que l'on peut incorporer dans les formules (utiliser des lettres capitales). On peut ensuite faire varier ces paramètres pour modifier la surface.

**Subdivisions** : nombre de subdivisions des intervalles  $[u_{\min}; u_{\max}]$  et  $[v_{\min}; v_{\max}]$

Si ce nombre est grand, les tracés sont plus précis, mais le temps de calcul est plus long.

Toutes les commandes de Cadsol sont disponibles : géolocalisation, orientation, dimensions, heures, arcs diurnes, exportations 3D, etc.

Jean-Luc Astre [jeanluc.astre@gmail.com](mailto:jeanluc.astre@gmail.com) a été un professeur de mathématiques en lycée, s'intéressant à beaucoup d'autres domaines : astronomie, informatique, biologie moléculaire... Il a commencé le codage de Cadsol dans les années 90.

<sup>1</sup> Voir <https://cadsolonline.web-pages.fr/> (effectuer une recherche avec les mots « surface » et « paramétrique »)

<sup>2</sup> Voir <https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2022/09/mag-CSpour-tous-n5-astre.pdf>

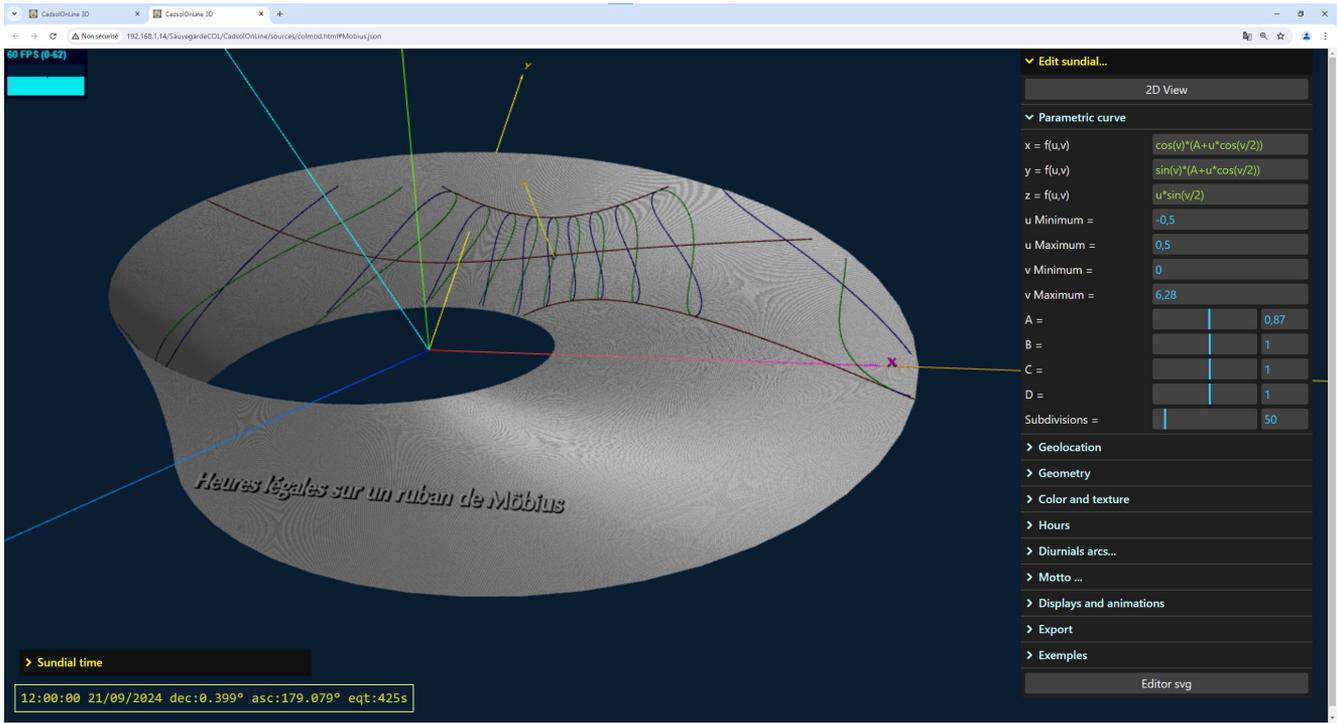
<sup>3</sup> Voir [https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2023/09/mag-CSpour-tous-n9\\_JL-Astre.pdf](https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2023/09/mag-CSpour-tous-n9_JL-Astre.pdf)

<sup>4</sup> Voir [https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2024/03/mag-CSpour-tous-n11\\_JL-Astre.pdf](https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2024/03/mag-CSpour-tous-n11_JL-Astre.pdf)

### Heures légales sur un ruban de Möbius

$$X = \cos v * (A + u * \cos v/2), Y = \sin v * (A + u * \cos v/2), Z = u * \sin v/2$$

$$u_{\min} = -0.5 \quad u_{\max} = 0.5 \quad v_{\min} = 0 \quad v_{\max} = 6.28 \quad A = 0.87$$



### Heures babyloniennes et italiques sur un ellipsoïde astroïdal

$$X = A * (\cos u * \cos v)^3, Y = B * (\sin u * \cos v)^3, Z = C * (\sin v)^3$$

$$u_{\min} = -1,5708 \quad u_{\max} = 1,5708 \quad v_{\min} = -3,1416 \quad v_{\max} = 3,1416 \quad A = 2.5 \quad B = 1 \quad C = 1$$

